Nom : ______________________ Groupe : ______

Cours d'aide à la réussite – Cours 4

RÉVISION DE FIN D'ANNÉE – Algèbre

Simplification d'expressions algébriques

Opération	A) Termes	B) Coefficients	C) Variables	D) Exemples
Addition et soustraction	Doivent être semblables	addition ou soustraction	ne changent pas.	$3x + 8x =$ $11x$ $5m + 8n - 12m =$ m $-3f - 12f + f^2 =$ $f^2 - 15f$
Multiplication	pas obligatoire d'être semblables	multiplication	On additionne les exposants.	$5w(12wz) =$ $60w^2z$ $4d(2e - 8d^2e) =$ $8de - 32d^3e^2$ $(5t^2 - 10t) \bullet 8tu =$ $40t^3u - 80t^2u$
Division	pas obligatoire d'être semblables	division	ne s'applique pas en 2e secondaire	$55x^2 \div 11 =$ $5x^2$ $\frac{34a-51b}{17} =$ $2a-3b$ $(8x^4 - 8) \div 8 =$ $x^4 - 1$

Suppression de parenthèses	Quoi faire pour les enlever	Exemples
Un + devant une parenthèse	On enlève la parenthèse sans rien changer.	$(4x+2)+(3x-5) =$ $4x+2+3x+5$ $= 7x+7$ $6t^4+(t^4-t^3+2) =$ $6t^4+t^4-t^3+2$ $= 7t^4-t^3+2$ $+(x-10) =$ $x-10$
Un - devant une parenthèse	On distribue le «moins» sur chaque terme dans la parenthèse.	$-(6ab+3a^2-8b) =$ $-6ab-3a^2+8b$ $-(4x-2)-(-2x+10) =$ $-4x+2+2x-10$ $= -2x-8$ $(4b^4-3b^3)-(-4b^4+3b^3) =$ $4b^4-3b^3+4b^4-3b^3 = 8b^4-6b^3$
Un **nombre ou un monôme** devant une parenthèse	On distribue le nombre ou monôme sur chaque terme dans la parenthèse.	$6(7x-5) =$ $42x-30$ $12x^2(3x+2y) =$ $36x^3+24x^2y$ $-6x^2(-4x-10) =$ $24x^3+60x^2$

1) Simplifie les expressions algébriques suivantes.

a) $3x + 7 - 6x + 1 =$ $-3x+8$

b) $2x^2 + 5x - 8 + 7x =$ $2x^2+12x-8$

c) $4a^2b - 3a^2 + 6b + 9a^2 =$ $4a^2b + 6a^2 + 6b$

d) $\frac{x}{2} + y + \frac{2x}{3} - \frac{3y}{5} =$ $\frac{3x}{6} + \frac{4x}{6} + \frac{5y}{5} - \frac{3y}{5} = \frac{7x}{6} + \frac{2y}{5}$

e) $\frac{x}{4} - \frac{y}{5} - 6 + \frac{4y}{5} + \frac{7x}{12} + \frac{1}{3} =$ $\frac{3x}{12} + \frac{7x}{12} - \frac{y}{5} + \frac{4y}{5} - \frac{18}{3} + \frac{1}{3}$

$= \frac{10x}{12} - \frac{3y}{5} - \frac{17}{3}$

$= \frac{5x}{6} - \frac{3y}{5} - \frac{17}{3}$

f) $(3x + 4y) - (2x - 7) =$ $3x+4y-2x+7$

$= x+4y+7$

g) $3(2x - 5) =$ $6x-15$

h) $-2(6a + 7) =$ $-12a-14$

i) $-\frac{3}{4}\left(8ab - \frac{8}{3}\right) =$ $\frac{-24ab}{4} + \frac{24}{12} = -6ab+2$

j) $\frac{54y+78x-42}{-6} =$ $-9y-13x+7$

k) $\frac{20y+24=}{4}$ $5y+6$

l) $(25xy - 15x + 45y - 75) \div 5 =$ $5xy-3x+9y-15$

m) $-2(x^3 - x + 2) + (4x^3 - 2x) =$

$-2x^3+2x-4+4x^3-2x =$

$2x^3-4$

n) $-3(a + 1) + (12a - 6b + 14) \div 2 =$

$-3a-3+6a-3b+7 =$

$3a-3b+4$

o) $\frac{64a^2b+96a-72}{8} - (3ba^2 + 6b - 12) =$

$8a^2b+12a-9-3a^2b-6b+12 =$

$5a^2b+12a-6b+3$

Résoudre une équation

Voici une équation : $4x + 9 = 25$

Lorsqu'on te demande de résoudre l'équation, c'est que l'on cherche à trouver quelle doit être la valeur de l'inconnue (x) pour que l'égalité soit vraie.

Une façon simple de visualiser la situation est de penser au jeu du « cadeau dans un cadeau » où l'on doit développer un cadeau, puis un autre qui se retrouve à l'intérieur et ainsi de suite jusqu'à la surprise.

Dans ce cas, le cadeau final est l'inconnue.

$$4\boxed{x} + 9 = 25$$

Par la suite, on « emballe » l'opération mathématique qui touche directement la première boite.

$$\boxed{4\boxed{x}} + 9 = 25$$

Puis, on effectue le même raisonnement jusqu'à ce que toutes les opérations mathématiques soient « emballées ».

$$\boxed{\boxed{4\boxed{x}} + 9} = 25$$

Finalement, lorsque tout le côté de l'équation où se retrouve l'inconnue est encadré, il suffit d'enlever chaque opération, une étape à la fois. Pour ce faire, il faut **effectuer l'opération contraire**.

Une équation est comme une balance. Lorsqu'on effectue une opération d'un côté, il faut faire la même chose de l'autre côté afin de garder l'égalité.

$$\boxed{\boxed{4\boxed{x}} + 9} = 25$$

$$-9 \qquad -9$$

$$\boxed{4\boxed{x}} = 16$$

$$\div 4 \qquad \div 4$$

$$x = 4$$

La valeur de l'inconnue est 4.

2) Résous les équations algébriques suivantes.

a) $3x + 5 = 17$

$-5 \quad -5$

$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$

$x = 4$

b) $5x = x + 12$

$-x \quad -x$

$\frac{4x}{3} = \frac{12}{3}$

$x = 4$

c) $4x + 2 = x + 11$

$-x \quad -x$

$3x + 2 = 11$

$-2 \quad -2$

$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$

$x = 3$

d) $12{,}4 = 6a - 2$

$+2 \quad +2$

$\frac{14{,}4}{6} = \frac{6a}{6}$

$2{,}6 = a$

e) $2{,}4 = 6a - 2$

$+2 \quad +2$

$\frac{4{,}4}{6} = \frac{6a}{6}$

$\frac{44}{60} = a$

$11/15 = a$

f) $31x + 1 = 52x + 106$

$-31x \quad -31x$

$1 = 21x + 106$

$-106 \quad -106$

$\frac{-105}{21} = \frac{21x}{21}$

$-5 = x$

g) $\frac{2x}{3} \cancel{=} \frac{5}{8}$

$2x \cdot 8 = 3 \cdot 5$

$\frac{16x}{16} = \frac{15}{16}$

$x = \frac{15}{16}$

h) $\frac{x}{4} + 1 = \frac{3}{8}$

$\frac{2x}{8} + \frac{8}{8} = \frac{3}{8}$

$2x + 8 = 3$

$-8 \quad -8$

$\frac{2x}{2} = \frac{-5}{2} \rightarrow x = \frac{-5}{2}$

i) $3(2x + 8) = -2(x + 4) + 72$

$6x + 24 = -2x - 8 + 72$

$6x + 24 = -2x + 64$

$+2x \quad +2x$

$8x + 24 = 64$

$-24 \quad -24$

$\frac{8x}{8} = \frac{40}{8} \rightarrow x = 5$

j) $\frac{x}{4} \cancel{=} \frac{x+2}{7}$

$7 \cdot x = 4(x+2)$

$7x = 4x + 8$

$-4x \quad -4x$

$\frac{3x}{3} = \frac{8}{3}$

$x = 8/3$

k) $-\frac{7x}{6} + \frac{1}{3} = -2$

$\frac{-7x}{6} + \frac{2}{6} = \frac{-12}{6}$

$-7x + 2 = -12$

$-2 \quad -2$

$\frac{-7x}{-7} = \frac{-14}{-7}$

$x = 2$

3) Résous les problèmes suivants par une méthode **algébrique**.

a) Dominic paie 81 $ pour acheter 2 jeux vidéo. L'un des jeux coûte 12 $ de plus que le double du prix de l'autre, taxes incluses. Combien coûte chacun des jeux?

Identification

Prix du 1er jeu : $x \longrightarrow x = 23\$$

Prix du 2e jeu : $2x+12 \longrightarrow 2 \cdot 23 + 12 = 58\$$

Substitution

Équation

$x + 2x + 12 = 81$

$3x + 12 = 81$

$-12 \quad -12$

$\frac{3x}{3} = \frac{69}{3}$

$x = 23$

Validation

$23 + 58 = 81\$$

Réponse : Le 1er jeu coûte 23$ et le 2e jeu coûte 58$.

b) Samy compte sa monnaie. Il a 2 fois plus de pièces de 10 ¢ que de 5 ¢ et 6 pièces de 25 ¢ de plus que de 10 ¢. Il a aussi 4 pièces de 1 $ et 7 pièces de 2 $. Combien de chacune des pièces Samy a-t-il?

En tout, il a 29,25$.

Identification

Nb de pièces de 5¢ : $x \longrightarrow x = 13$ pièces

Nb de pièces de 10¢ : $2x \longrightarrow 2 \cdot 13 = 26$ pièces

Nb de pièces de 25¢ : $2x+6 \longrightarrow 2 \cdot 13 + 6 = 32$ pièces

Substitution

Substitution :

$0{,}05x + 0{,}10(2x) + 0{,}25(2x+6) + 4 \cdot 1 + 7 \cdot 2 = 29{,}25$

$0{,}05x + 0{,}2x + 0{,}5x + 1{,}5 + 4 + 14 = 29{,}25$

$0{,}75x + 19{,}5 = 29{,}25$

$-19{,}5 \quad -19{,}5$

$\frac{0{,}75x}{0{,}75} = \frac{9{,}75}{0{,}75}$

$x = 13$

Validation

$0{,}05 \cdot 13 + 0{,}10 \cdot 26 + 0{,}25 \cdot 32 + 4 \cdot 1 + 7 \cdot 2 = 29{,}25\$$

Réponse : Samy a 13 pièces de 5¢, 26 pièces de 10¢, 32 pièces de 25¢, 4 pièces de 1$ et 7 pièces de 2$.

c) Aux Jeux olympiques d'été, le basketball se joue sur un terrain rectangulaire. La largeur du terrain mesure 1 m de plus que la moitié de sa longueur. Sachant que le périmètre du terrain est de 86 m, quelles sont les dimensions d'un terrain de basketball olympique?

Identification

Longueur : x $\longrightarrow$ $x = 28m$

Largeur : $\frac{x}{2}+1$ $\longrightarrow$ $\frac{28}{2}+1 = 15m$

Substitution

Équation

$2(x+\frac{x}{2}+1) = 86$

$2x+x+2 = 86$

$3x+2 = 86$

$-2 \quad -2$

$\frac{3x}{3} = \frac{84}{3}$

$x = 28m$

Validation

$2 \cdot 28 + 2 \cdot 15 = 86m$

Réponse : Le terrain mesure 28m par 15m.

d) Dans un triangle ABC, la mesure de l'angle B est égale au double de celle de l'angle C. La mesure de l'angle A correspond au triple de celle de l'angle B diminué de 18. Trouve la mesure des angles de ce triangle.

Identification

Mesure angle A : $3(2x)-18 = 6x-18$ $\longrightarrow$ $6 \cdot 22 - 18 = 114°$

Mesure angle B : $2x$ $\longrightarrow$ $2 \cdot 22 = 44°$

Mesure angle C : x $\longrightarrow$ $x = 22°$

Substitution

Équation

$6x-18+2x+x = 180$

$9x-18 = 180$

$+18 \quad +18$

$\frac{9x}{9} = \frac{198}{9}$

$x = 22$

Validation

$114+44+22 =$

$180°$

Réponse : L'angle A mesure 114°, l'angle B mesure 44° et l'angle C mesure 22°.

Pratique de situation-problème : Le jardin

Un jardin est composé de quatre sections : une section de forme carrée, une section de forme triangulaire, une section de forme trapézoïdale rectangle et une section de forme rectangulaire.

L'aire des sections

Les quatre sections réunies ont une aire totale de 340 m^2.
L'aire de la section triangulaire est de 4 m^2 de moins que le double de l'aire de la section carrée. L'aire de la section trapézoïdale est le triple de la section triangulaire. L'aire de la section rectangulaire est de 20 de plus que le tiers de l'aire de la section carrée.

Les dimensions connues

Pour la section triangulaire, la hauteur est de 8 m. Pour la section trapézoïdale, la hauteur est de 20 m alors que la grande base est 3 fois plus grande que la petite base. Pour la section rectangulaire, la hauteur est le double de la base.

Les coûts

La construction du jardin se fera en quatre phases. On construira une section par année selon l'ordre décroissant de leurs aires. Le coût de construction, la première année, sera de $55\$/m^2$. La deuxième année, le coût de construction sera augmenté de 15 %. La troisième année, on augmentera le coût de 5 $\$/m^2$ par rapport à la deuxième année. Finalement, lors de la dernière année, le coût par mètre carré sera le coût moyen des trois premières années, arrondi au dollar près.

Quelles seront les <u>dimensions</u> des quatre sections et combien coûtera l'aménagement de <u>chacune</u> des sections?

Section de forme carrée

Mesure du côté :	6m
Coût de construction :	2457\$

Section de forme triangulaire

Base :	17m
Hauteur :	8m
Coût de construction :	4301 \$

Section de forme trapézoïdale rectangle

Petite base :	5,1m
Grande base :	15,3m
Hauteur :	20 m
Coût de construction :	11 220 \$

Section de forme rectangulaire

Base :	4m
Hauteur :	8m
Coût de construction :	1664\$

A) L'aire des sections

Identification — Substitution

Aire section carrée : $x \longrightarrow x = 36\,m^2$

Aire section triangulaire : $2x-4 \longrightarrow 2\cdot 36-4 = 68\,m^2$

Aire Section trapézoïdale : $3(2x-4) \longrightarrow 3(2\cdot 36-4) = 204\,m^2$

Aire section rectangulaire : $\frac{x}{3}+20 \longrightarrow \frac{36}{3}+20 = 32\,m^2$

Équation

$$x+2x-4+3(2x-4)+\frac{x}{3}+20=340$$

$$x+2x-4+6x-12+\frac{x}{3}+20=340$$

$$9x+\frac{x}{3}+4=340$$

$$\frac{27x}{3}+\frac{x}{3}+4=340$$

$$\frac{28x}{3}+4=340$$

$$-4 \quad -4$$

$$3\cdot\frac{28x}{3}=336\cdot 3$$

$$\frac{28x}{28}=\frac{1008}{28}$$

$$x=36$$

B) Dimensions

1) Carré

$A = c^2$

$\sqrt{36} = \sqrt{c^2}$

$6m = c$

2) Triangle

$A = \frac{bh}{2}$

$68 = \frac{b \cdot 8}{2}$

$\frac{68}{4} = \frac{4b}{4}$

$17m = b$

3) Trapèze

Identification

Petite base : x
grande base : $3x$

Équation

$A = \frac{(b+B)h}{2}$

$204 = \frac{(x+3x) \cdot 20}{2}$

$204 = \frac{(4x) \cdot 20}{2}$

$204 = \frac{80x}{2}$

$\frac{204}{40} = \frac{40x}{40}$

$5{,}1m = x$

Petite base : 5,1m
Grande base : $3 \cdot 5{,}1 = 15{,}3m$

4) Rectangle

Identification

base : x
hauteur : $2x$

$A = bh$

$32 = x \cdot 2x$

$\frac{32}{2} = \frac{2x^2}{2}$

$\sqrt{16} = \sqrt{x^2}$

$4m = x$

Hauteur : $2 \cdot 4 = 8m$

C) Coûts

1) Ordre de construction

$204m^2 > 68m^2 > 36m^2 > 32m^2$
Trapèze Triangle Carré Rectangle

2) Coût trapèze

$204m^2 \cdot 55\$/m^2 = 11\,220\$$

3) Coût unitaire 2e année

$115\% \times 55\$/m^2 = 63{,}25\$/m^2$

4) Coût triangle

$68m^2 \cdot 63{,}25\$/m^2 = 4\,301\$/m^2$

5) Coût unitaire 3e année

$63{,}25\$/m^2 + 5\$/m^2 = 68{,}25\$/m^2$

6) Coût carré

$36m^2 \cdot 68{,}25\$/m^2 = 2457\$$

7) Coût unitaire 4e année

$\frac{55 + 63{,}25 + 68{,}25}{3} \approx 52\$/m^2$

8) Coût rectangle

$52\$/m^2 \cdot 32m^2 = 1664\$$

Réponses :